AVALIAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO EM CALIBRAÇÃO

OGC010 • 2015-01-06

ÍNDICE

NOTA INTRODUTÓRIA

Este documento é a tradução do *"EA-4/02 Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration"*, de setembro de 2013, publicado pela European Accreditation (EA), a qual é detentora dos respetivos direitos de reprodução. O EA-4/02 contém suplementos, com exemplos de aplicação para problemas específicos nas diferentes áreas de calibração, que não são objeto de tradução neste documento.

O documento EA-4/02 original (em inglês) é de cumprimento obrigatório prevalecendo a esta tradução, na qual foram introduzidas notas IPAC para melhor clarificação de alguns conceitos.

Este documento foi preparado por um grupo de trabalho IPAC/IPQ, tendo sido usado como base de trabalho o documento IPQ "Guia para a Expressão da Incerteza de Medição nos Laboratórios de Calibração", entretanto anulado, dado que o mesmo constituía uma tradução da anterior edição do EA-4/02.

INSTITUTO PORTUGUÊS DE ACREDITAÇÃO
PORTUGUESE ACCREDITATION INSTITUTE

Rua António Gião, 2, 5º
2829-513 Caparica
E-mail: **acredita@ipac.pt**

Tel: +351.212948100
Fax: +351.212948202
Internet **www.ipac.pt**

Objetivo

O objetivo deste documento é harmonizar a avaliação da incerteza de medição no seio da EA, em complemento dos requisitos gerais desta, estabelecer as exigências específicas no modo de apresentar a incerteza de medição nos certificados de calibração emitidos pelos laboratórios acreditados e apoiar os organismos de acreditação na atribuição coerente da melhor incerteza (CMC – *Calibration and Measurement Capability*) aos laboratórios de calibração por eles acreditados. Como as regras expressas por este documento estão de acordo com a política do ILAC para a incerteza em calibração e com as recomendações do Guia para a Expressão da Incerteza na Medição (GUM), a implementação do EA-4/02 irá também encorajar a aceitação global dos resultados de medição europeus.

1. Introdução

1.1 O presente documento estabelece os princípios e os requisitos de avaliação da incerteza de medição na calibração e o modo de a expressar nos certificados de calibração com base na política do ILAC para a incerteza em calibração estabelecida no ILAC P14 [ref. 5]. O ILAC P14 e o EA-4/02 são de cumprimento obrigatório para os Organismos de Acreditação membros da EA. É adotada uma formulação genérica, por forma a ser válida para todas as áreas de calibração. O método delineado poderá ser complementado com recomendações ou instruções técnicas mais específicas para as diferentes áreas de modo a facilitar a sua aplicação. No desenvolvimento desses guias suplementares, deverão ser seguidos os princípios gerais estabelecidos neste documento, assegurando a harmonização entre as diferentes áreas.

1.2 O presente documento está de acordo com o documento JCGM 100:2008 [ref. 1], Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM 1995 with minor corrections). Este documento foi elaborado pelo Comité para Guias em Metrologia, no qual participam o BIPM, a IEC, a IFCC, a ILAC, a ISO, a IUPAC, a IUPAP e a OIML. Enquanto o GUM estabelece regras gerais para a avaliação e expressão da incerteza da medição que podem ser seguidas na maior parte dos domínios das medições físicas, este documento concentra-se no método mais adequado para as medições nos laboratórios de calibração e descreve uma forma não-ambígua e harmonizada de avaliação e expressão da incerteza da medição. No entanto, são aceitáveis outras abordagens propostas pelo GUM (como por exemplo o método de Monte Carlo). Este documento aborda os seguintes assuntos:

- Definições-base para o documento;
- Métodos para a avaliação da incerteza de medição das grandezas de entrada;
- Relação entre a incerteza de medição da grandeza de saída e a incerteza avaliada das grandezas de entrada;
- Incerteza expandida de medição da grandeza de saída;
- Procedimento sequencial para cálculo da incerteza de medição.

A avaliação da incerteza de medição em calibração é também tratada em diversos guias de calibração da Euramet disponíveis em www.euramet.org.

2 Âmbito e definições

Nota: Os termos de especial relevância no texto principal estão **escritos em negrito** quando aparecem no documento pela primeira vez. O Anexo B contém um glossário destes termos juntamente com as referências.

2.1 A expressão de um resultado de medição só está completa quando contém o valor atribuído à mensuranda e a incerteza de medição associada a esse valor. Neste documento, todas as grandezas que não são completamente conhecidas são tratadas como **variáveis aleatórias**, incluindo as grandezas de influência que possam afetar o valor medido.

2.2 A **incerteza de medição** é um parâmetro não negativo, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos à mensuranda [ref. 3]. Neste documento, o termo abreviado **incerteza** é usado para referir **incerteza de medição** quando não há o risco de equívoco. Como fontes típicas de incerteza numa medição ver a lista dada no Anexo C.

2.3 As **mensurandas** são as grandezas particulares submetidas à medição. Na calibração, em regra, lida-se com uma única mensuranda ou **grandeza de saída** Y, que depende de um certo número de **grandezas de entrada** X_i (i = 1, 2, ... , N), de acordo com a relação funcional:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N) \qquad (2.1)$$

A função modelo f representa o procedimento de medição e o método de avaliação. Descreve como os valores da grandeza de saída Y são obtidos a partir das grandezas de entrada X_i. Em muitos casos, será uma expressão analítica, mas também pode ser um grupo dessas expressões que incluam correções e fatores de correção para efeitos sistemáticos, levando assim a uma relação mais complicada do que uma função explicitamente expressa. Além disso, f pode ser determinada experimentalmente, pode existir apenas como um algoritmo informático que tem de ser avaliado numericamente, ou pode ser uma combinação de todas estas formas.

2.4 As grandezas de entrada X_i podem ser agrupadas em duas categorias, de acordo com o modo como foram determinados o valor da grandeza e a incerteza associada:

(a) As grandezas cuja estimativa e incerteza associada são determinadas diretamente na medição. Estes valores podem ser obtidos, por exemplo, de uma simples observação, de observações repetidas, ou de avaliação baseada na experiência. Podem envolver a determinação de correções às indicações de instrumentos, bem como as correções das grandezas de influência, tais como a temperatura ambiente, a pressão atmosférica ou a humidade relativa;

(b) As grandezas cuja estimativa e incerteza associada são provenientes de origens externas à medição, tais como as grandezas associadas aos padrões de medição calibrados, aos materiais de referência certificados ou aos dados de referência obtidos de manuais.

2.5 Uma estimativa da mensuranda Y, a **estimativa da grandeza de saída** designada por y, é obtida da equação (2.1) usando as **estimativas das grandezas de entrada** x_i para os valores das grandezas de entrada X_i.

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_N) \qquad (2.2)$$

Subentende-se que estes valores são as melhores estimativas das grandezas de entrada e foram corrigidas de todos os efeitos significativos para o modelo. No caso contrário, as correções necessárias foram introduzidas como grandezas de entrada separadas.

2.6 Para uma variável aleatória, a **variância** da sua distribuição, ou a sua raiz quadrada positiva, chamada **desvio-padrão**, é utilizada como uma medida da dispersão dos valores. A **incerteza-padrão da medição** associada à estimativa da grandeza de saída ou ao resultado de medição y, designada por $u(y)$, é o desvio-padrão da mensuranda Y. Tem de ser determinada a partir das estimativas x_i das grandezas de entrada X_i e das respetivas incertezas-padrão associadas $u(x_i)$. A incerteza-padrão associada a uma estimativa tem a mesma dimensão que a estimativa. Em alguns casos, a **incerteza-padrão relativa da medição** pode ser mais apropriada e consiste na incerteza-padrão associada com uma estimativa dividida pelo módulo desta estimativa e é, portanto, adimensional. Este conceito não pode ser utilizado se a estimativa for zero.

3 Avaliação da incerteza de medição de estimativas das grandezas de entrada

3.1 Considerações gerais

3.1.1 A incerteza de medição associada às estimativas das grandezas de entrada é avaliada de acordo com o método de avaliação “Tipo A” ou “Tipo B”. A **avaliação de Tipo A da incerteza-padrão** é o método de avaliação da incerteza pela análise estatística de uma série de observações. Neste caso, a incerteza-padrão é o desvio-padrão experimental da média que decorre de um procedimento de cálculo da média ou de uma análise de regressão apropriada. A **avaliação de Tipo B da incerteza-padrão** é o método de avaliação de incerteza por outros meios que não os da análise estatística de uma série de observações. Neste caso, a avaliação da incerteza-padrão é baseada noutro conhecimento científico.

Nota: Em alguns casos, raramente na calibração, todos os valores possíveis de uma grandeza estão sempre do mesmo lado de um determinado valor limite. Um caso típico é o chamado erro do cosseno. Para o tratamento destes casos especiais, ver [ref. 1].

3.2 Avaliação de Tipo A da incerteza-padrão

3.2.1 A avaliação de Tipo A da incerteza-padrão pode ser aplicada quando várias observações independentes tenham sido efetuadas para uma das grandezas de entrada, nas mesmas condições de medição. Se o processo de medição tiver resolução suficiente, observa-se uma dispersão dos valores obtidos.

3.2.2 Assume-se que a grandeza de entrada X_i repetidamente medida é a grandeza Q. Quando n observações ($n > 1$) são estatisticamente independentes, a estimativa da grandeza Q é $\overline{q}$, **a média aritmética** dos valores individualmente observados q_j ($j = 1, 2, ..., n$).

$$\overline{q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j \qquad (3.1)$$

A incerteza de medição associada à estimativa $\overline{q}$ é avaliada de acordo com um dos seguintes métodos:

(a) Uma estimativa da variância da correspondente distribuição de probabilidade é a **variância experimental** $s^2(q)$ dos valores q_j, dada por:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(q_j - \overline{q})^2 \qquad (3.2)$$

A raiz quadrada positiva desta variância é designada **desvio-padrão experimental**. A melhor estimativa da variância da média aritmética $\overline{q}$ é a **variância experimental da média**, dada por:

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \qquad (3.3)$$

A raiz quadrada positiva desta variância é designada **desvio-padrão experimental da média**. A incerteza-padrão $u(\overline{q})$ associada à estimativa da grandeza de entrada $\overline{q}$ é o desvio-padrão experimental da média:

$$u(\overline{q}) = s(\overline{q}) \qquad (3.4)$$

Atenção: Geralmente, quando o número n de medições repetidas for pequeno ($n < 10$), terá de se ter em consideração a fiabilidade da avaliação de Tipo A da incerteza-padrão, expressa pela equação (3.4). Se o número de observações não puder ser aumentado, deverão ser considerados outros meios de avaliação da incerteza-padrão, referidos no texto.

(b) Para uma medição bem caracterizada e sob controlo estatístico, a **estimativa agrupada da variância** S^2_p pode caracterizar melhor a dispersão do que o desvio-padrão estimado a partir de um número limitado de observações. Nestes casos, o valor da grandeza de entrada Q é determinado pela média aritmética $\overline{q}$ de um pequeno número de n observações independentes, podendo a variância da média ser estimada por:

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s^2_\mathrm{p}}{n} \qquad (3.5)$$

A incerteza-padrão associada é deduzida do valor da equação (3.4).

Nota IPAC: A variância agrupada de m séries de observações independentes da mesma variável, com variâncias experimentais s^2_i e ν_i graus de liberdade cada, é dada por $s^2_\mathrm{p} = \dfrac{\sum_{i=1}^{m}\nu_i s_i^2}{\sum_{i=1}^{m}\nu_i}$

A variância agrupada assim obtida possui $\nu_\mathrm{p} = \sum_{i=1}^{m}\nu_i$ graus de liberdade.

3.3 Avaliação de Tipo B da incerteza-padrão

3.3.1 A avaliação de Tipo B da incerteza-padrão é o método de avaliação da incerteza associada a uma estimativa x_i de uma grandeza de entrada X_i, por outros meios que os da análise estatística de uma série de observações. A incerteza-padrão $u(x_i)$ é avaliada por apreciação científica baseada em toda a informação disponível sobre a variabilidade possível de X_i. A esta categoria pertencem valores provenientes de:

- Dados de medições prévias;
- Experiência de/ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes;
- Especificações de fabricantes;
- Dados provenientes de calibração e outros certificados;
- Incertezas atribuídas a dados de referência provenientes de manuais.

3.3.2 O uso adequado da informação disponível para uma avaliação de Tipo B da incerteza-padrão da medição exige discernimento baseado na experiência e conhecimento específico. É um saber que pode ser aprendido com a prática. Uma avaliação de Tipo B bem fundamentada pode ser tão fiável como uma avaliação de Tipo A da incerteza-padrão, especialmente numa situação de medição em que a avaliação de Tipo A é baseada apenas num número comparativamente pequeno de observações estatisticamente independentes. Os seguintes casos devem ser distinguidos:

(a) Se para a grandeza X_i apenas for conhecido um **único valor**, i.e., um único valor medido, um valor resultante de uma medição anterior, um valor de referência de literatura ou um valor de correção, esse valor deve ser usado como o valor estimado x_i. A incerteza-padrão $u(x_i)$ associada a x_i quando dada, deve ser adotada. De outro modo, deve ser calculada a partir de dados inequívocos da incerteza. Se não for possível aumentar o número de observações, terá que se considerar uma abordagem diferente para estimar a incerteza-padrão, de acordo com o referido em (b).

(b) Se for possível assumir uma **distribuição de probabilidade** para a grandeza X_i baseada na teoria ou na experiência, então, o correspondente valor esperado e a raiz quadrada da variância desta distribuição, devem ser utilizados como a estimativa de x_i e a incerteza-padrão associada $u(x_i)$, respetivamente.

(c) Se só for possível estimar os valores limites **superior** e **inferior** a_+ e a_- da grandeza X_i (por exemplo, as especificações do fabricante de um instrumento de medição, intervalo de temperatura, erro de arredondamento ou de truncagem proveniente de tratamento automático), então deve ser usada uma distribuição de probabilidade com densidade de probabilidade constante entre esses limites (distribuição de probabilidade retangular) para a variabilidade possível da grandeza de entrada X_i. De acordo com (b), teremos:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \tag{3.6}$$

para os valores estimados respetivos e

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \tag{3.7}$$

para o quadrado da incerteza-padrão. Se a diferença entre os valores limite for $2a$, então da equação (3.7) obtém-se:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \tag{3.8}$$

A distribuição retangular é uma descrição razoável, em termos de probabilidade, na situação de conhecimento insuficiente da grandeza de entrada X_i, na ausência de qualquer outra informação que não seja a dos seus limites de variabilidade. Mas, se for conhecido *à priori* que os valores centrais da grandeza são mais prováveis que os valores limite, deverá ser usada uma distribuição triangular ou normal. De outro modo, se os valores perto dos valores limite são mais prováveis que os valores próximos do centro, será mais apropriado utilizar uma distribuição em forma-de-U. Para a avaliação da incerteza nestes casos, ver [ref.1].

4 Cálculo da incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída

4.1 Para grandezas de entrada não correlacionadas entre si, o quadrado da incerteza-padrão associado com a estimativa da grandeza de saída y é dado por:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) \tag{4.1}$$

Nota: Nos casos, que raramente acontecem na calibração, onde a função modelo é fortemente não linear, ou em que alguns dos coeficientes de sensibilidade são desprezáveis [ver equações (4.2) e (4.3)], têm de ser incluídos termos de ordem superior na equação (4.1). Para o tratamento destes casos especiais, ver [ref.1].

Nota IPAC: Para estes casos considerar a Lei de Propagação de Incerteza mais genérica, dada por:

$$u^2(y)=\sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i)+2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i,x_k)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\tfrac{1}{2}c_{ik}^2+c_i c_{ikk}\right)u^2(x_i)u^2(x_k)$$

em que o primeiro termo corresponde ao descrito no texto, o segundo termo corresponde à contribuição das correlações existentes (ver secção 4.6) e o terceiro termo corresponde às contribuições de segunda ordem acima referidas.

A grandeza $u_i(y)$ (i = 1, 2, ... , N) é a contribuição para a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída y, resultando da incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de entrada x_i

$$u_i(y) = c_i\, u(x_i) \qquad (4.2)$$

onde c_i é o **coeficiente de sensibilidade** associado à estimativa da grandeza de entrada x_i, i.e., a derivada parcial da função modelo f em relação a X_i, avaliada nas estimativas x_i da grandeza de entrada,

$$c_i=\frac{\partial f}{\partial x_i}=\left.\frac{\partial f}{\partial X_i}\right|_{X_1=x_1\ldots X_N=x_N} \qquad (4.3)$$

4.2 O coeficiente de sensibilidade c_i descreve como a estimativa da grandeza de saída y é influenciada pelas variações de cada uma das estimativas das grandezas de entrada x_i. Pode ser avaliada de acordo com a função modelo f pela equação (4.3) ou através da utilização de métodos numéricos, i.e., calculando a variação da estimativa da grandeza de saída y, devida à correspondente variação na estimativa da grandeza de entrada x_i de $+u(x_i)$ e $-u(x_i)$, tomando para valor de c_i a diferença resultante em y dividida por $2u(x_i)$. Por vezes, pode ser mais apropriado determinar a variação da estimativa da grandeza de saída y experimentalmente, repetindo a medição, por exemplo, em $x_i \pm u(x_i)$.

4.3 O $u(x_i)$ é sempre positivo, enquanto que a contribuição de $u_i(y)$ de acordo com a equação (4.2) será positiva ou negativa, dependendo do sinal do coeficiente de sensibilidade c_i. O sinal de $u_i(y)$ tem de ser considerado no caso de grandezas de entrada correlacionadas, ver equação (D4) do Anexo D.

4.4 Se a função modelo f é uma soma ou uma diferença das grandezas de entrada X_i

$$f(X_1,X_2,\ldots X_N)=\sum_{i=1}^{N} p_i X_i \qquad (4.4)$$

a estimativa da grandeza de saída de acordo com a equação (2.2) é dada pela correspondente soma ou diferença das estimativas das grandezas de entrada

$$y=\sum_{i=1}^{N} p_i x_i \qquad (4.5)$$

onde os coeficientes de sensibilidade são iguais a p_i e a equação (4.1) é transformada em

$$u^2(y)=\sum_{i=1}^{N} p_i^2 u^2(x_i) \qquad (4.6)$$

4.5 Se a função modelo f é um produto ou um quociente das grandezas de entrada X_i

$$f\left(X_1,X_2,\ldots X_N\right)=c\prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \qquad (4.7)$$

a estimativa da grandeza de saída é também o produto ou o quociente correspondente das estimativas das grandezas de entrada

$$y=c\prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \qquad (4.8)$$

Os coeficientes de sensibilidade, neste caso, são iguais a $p_i y/x_i$, obtendo-se uma expressão análoga à equação (4.6) a partir da equação (4.1), se forem utilizadas as incertezas-padrão relativas $w(y) = u(y)/|y|$ e $w(x_i)$ =

$u(x_i)/|x_i|$,

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 w^2(x_i) \tag{4.9}$$

4.6 Se duas grandezas de entrada X_i e X_k são de algum modo **correlacionadas**, i.e., se forem de alguma forma mutuamente dependentes, a respetiva **covariância** tem de ser considerada como uma contribuição para a incerteza (ver Anexo D). A aptidão para considerar o efeito das correlações depende do conhecimento do processo de medição e da avaliação da dependência recíproca das grandezas de entrada. Em geral, deve recordar-se que negligenciar correlações entre grandezas de entrada pode levar a uma incorreta avaliação da incerteza-padrão da mensuranda.

4.7 A covariância associada às estimativas de duas grandezas de entrada X_i e X_k pode ser considerada nula ou desprezável se:

(a) As grandezas de entrada X_i e X_k forem independentes, por exemplo, porque foram medidas repetidamente mas não simultaneamente, em experiências diferentes e independentes, ou porque representam grandezas resultantes de avaliações diferentes que foram feitas independentemente, ou se

(b) Tanto as grandezas de entrada X_i como X_k podem ser consideradas constantes, ou se

(c) A informação disponível for insuficiente para avaliar a existência de correlação entre as grandezas de entrada X_i e X_k.

Por vezes, as correlações podem ser eliminadas através de uma adequada escolha da função modelo.

4.8 A análise da incerteza de medição - por vezes chamada balanço da incerteza de medição - deve incluir uma lista de todas as fontes de incerteza, juntamente com as incertezas-padrão de medição associadas e os respetivos métodos de avaliação. Para medições repetidas, o número de observações n tem de ser referido. Por uma questão de clareza, recomenda-se que os dados relevantes para esta análise sejam apresentados sob a forma de uma tabela. Nesta tabela, todas as grandezas devem ser referenciadas por um símbolo X_i ou um identificador abreviado. Para cada uma dela, devem ser especificadas, pelo menos, a estimativa x_i, a incerteza-padrão de medição associada $u(x_i)$, a distribuição de probabilidade, o coeficiente de sensibilidade c_i e as diferentes contribuições para a incerteza $u_i(y)$. As unidades de medida de cada uma das grandezas devem também ser expressas com os valores numéricos indicados na tabela.

4.9 Um exemplo formal dessa apresentação é dado pela Tabela 4.1, para o caso de grandezas de entrada não correlacionadas. A incerteza-padrão associada ao resultado de medição $u(y)$, dada no canto inferior direito da tabela, é a raiz quadrada da soma dos quadrados de todas as contribuições para a incerteza da coluna da direita. A parte cinzenta da tabela não é preenchida.

Tabela 4.1: Esquema de apresentação ordenado das grandezas, estimativas, incertezas-padrão, distribuições de probabilidade, coeficientes de sensibilidade e contribuições para a incerteza-padrão utilizados na análise da incerteza de uma medição.

Grandeza X_i	Estimativa x_i	Incerteza-padrão $u(x_i)$	Distribuição de probabilidade	Coeficiente de sensibilidade c_i	Contribuição para a incerteza-padrão $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$		c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$		c_2	$u_2(y)$
...	...	...		...	...
X_N	x_N	$u(x_N)$		c_N	$u_N(y)$
Y	y				$u(y)$

5 Incerteza de medição expandida

5.1 No seio da EA, foi decidido que os laboratórios de calibração acreditados pelos Organismos de Acreditação da EA devem expressar uma **incerteza de medição expandida** U, obtida mediante a multiplicação da incerteza-padrão $u(y)$ da estimativa da grandeza de saída por um **fator de expansão** k,

$$U = k\,u(y) \qquad (5.1)$$

Nos casos em que uma distribuição normal (gaussiana) possa ser atribuída à mensuranda e a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída tenha suficiente fiabilidade, deve ser usado o fator de expansão k = 2. A incerteza expandida atribuída corresponde a uma **probabilidade de expansão** de aproximadamente 95 %. Estas condições são cumpridas, na maioria dos casos encontrados, nos trabalhos de calibração.

5.2 A hipótese de uma distribuição normal nem sempre pode ser facilmente confirmada experimentalmente. Contudo, nos casos em que várias componentes da incerteza (i.e. $N \geq 3$), provenientes de distribuições de probabilidade bem conhecidas de grandezas independentes, por exemplo, distribuições normais ou distribuições retangulares, contribuam para a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída em amplitudes comparáveis, as condições do Teorema do Limite Central estão reunidas e pode ser assumido, com um elevado grau de aproximação, que a distribuição da grandeza de saída é normal.

5.3 A fiabilidade da incerteza-padrão atribuída à estimativa da grandeza de saída é determinada pelos seus graus de liberdade efetivos (ver Anexo E). Contudo, os critérios de fiabilidade são sempre atingidos nos casos em que nenhuma das contribuições para a incerteza é obtida por avaliação do Tipo A baseada em menos de dez observações repetidas.

5.4 Se uma destas condições (normalidade ou fiabilidade suficiente) não for cumprida, o fator de expansão k = 2 pode levar a uma incerteza expandida que corresponde a uma probabilidade de expansão menor que 95 %. Nestes casos, e de forma a assegurar que o valor da incerteza expandida apresentado corresponde a uma probabilidade de expansão que é idêntica ao caso normal, têm de ser seguidos outros procedimentos. O uso de aproximadamente a mesma probabilidade de expansão é essencial sempre que dois resultados de medição de uma dada grandeza têm de ser comparados, por exemplo, quando se avaliam os resultados de uma comparação interlaboratorial ou se avalia a conformidade com uma especificação.

5.5 Mesmo quando se assume uma distribuição normal, pode ocorrer que a incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída não seja suficientemente fiável. Se, neste caso, não for prático aumentar o número de medições repetidas n ou utilizar uma avaliação de Tipo B, em vez da do Tipo A de fraca fiabilidade, deve ser usado o método descrito no Anexo E.

5.6 Para os restantes casos, i.e., todos os casos em que a hipótese de uma distribuição normal não possa ser justificada, deve ser utilizada informação sobre a distribuição de probabilidade da estimativa da grandeza de saída, para obter um valor do fator de expansão k que corresponda a uma probabilidade de expansão de aproximadamente 95 %.

6 Procedimento sequencial de cálculo da incerteza de medição

6.1 Em seguida, é apresentada uma sequência para a utilização prática deste documento:

(a) Expressar em termos matemáticos a dependência da mensuranda (grandeza de saída) Y em relação às grandezas de entrada X_i, de acordo com a equação (2.1). No caso da comparação direta de dois padrões, a equação pode ser muito simples, por exemplo, $Y = X_1 + X_2$.

(b) Identificar e efetuar todas as correções significativas.

(c) Listar todas as fontes de incerteza, na forma de uma análise de incerteza, de acordo com a secção 4.

(d) Calcular a incerteza-padrão $u(\overline{q})$ para grandezas medidas repetidamente, de acordo com a secção 3.2.

(e) Para valores isolados, por exemplo, valores resultantes de medições anteriores, valores de correções ou valores da literatura, adotar as incertezas-padrão quando são dadas ou podem ser calculadas de acordo com a alínea a) da secção 3.3.2. Tomar atenção à forma de representação da incerteza utilizada. Se não existirem dados disponíveis, estimar o valor de $u(x_i)$ com base na experiência científica.

(f) Para grandezas de entrada cuja distribuição de probabilidade é conhecida ou pode ser assumida, calcular o valor esperado e a incerteza-padrão $u(x_i)$ de acordo com a alínea b) da secção 3.3.2. Se só conhecer ou puder estimar os valores limite superiores ou inferiores, calcular a incerteza-padrão $u(x_i)$ de acordo com a alínea c) da secção 3.3.2.

(g) Calcular, para cada grandeza de entrada X_i, a contribuição $u_i(y)$ para a incerteza associada com a estimativa da grandeza de saída resultante das estimativas das grandezas de entrada x_i, de acordo com as equações (4.2) e (4.3) e somar os seus quadrados, como descrito na equação (4.1), por forma a obter o quadrado da incerteza-padrão $u(y)$ da mensuranda. Se as grandezas de entrada forem correlacionadas, aplicar o procedimento do Anexo D.

(h) Calcular a incerteza expandida *U* multiplicando a incerteza-padrão *u(y)* pelo fator de expansão *k*, de acordo com a secção 5.

(i) Reportar o resultado da medição, no certificado de calibração, compreendendo a estimativa *y* da mensuranda, a incerteza expandida associada *U* e o fator de expansão *k*, de acordo com a secção 6 do documento ILAC P14 [ref.5].

7 Referências

[1] JCGM 100:2008, GUM 1995 with minor corrections, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (disponível em www.bipm.org).

[2] ISO/IEC 17025:2005, General requirements for the competence of testing and calibration laboratories.

Nota IPAC: A versão portuguesa correspondente é a NP EN ISO/IEC 17025: 2005: Requisitos gerais de competência para laboratórios de ensaio e calibração.

[3] JCGM 200:2012 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (disponível em www.bipm.org).

Nota IPAC: A versão portuguesa correspondente é o Vocabulário Internacional de Metrologia – Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012) (1.a edição luso-brasileira, autorizada pelo BIPM, da 3.ª edição internacional do VIM - International Vocabulary of Metrology — Basic and general concepts and associated terms - JCGM 200:2012) (Disponível em www.ipq.pt).

[4] ISO 3534-1:2006, Statistics-Vocabulary and symbols-Part 1: General statistical terms and terms used in probability.

[5] ILAC P14:12/2010, ILAC Policy for Uncertainty in Calibration.

[6] JCGM 104:2009, Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents. (disponível em www.bipm.org).

8 Anexo A: Melhor Incerteza (CMC - Calibration and Measurement Capability)

O conceito de Melhor Incerteza (CMC - *Calibration and Measurement Capability*) está cuidadosamente estudado na publicação sobre as capacidades de medição e de calibração emitida pelo grupo de trabalho BIPM/ILAC, a 7 de setembro de 2007. Esta publicação está incluída na política da ILAC para a incerteza de medição em calibração, sob a forma de anexo, sendo esta política a base para uma abordagem harmonizada do conceito de CMC entre os laboratórios acreditados em todo o mundo [ref. 5].

Os métodos para a avaliação da incerteza descritos neste documento devem ser utilizados pelos laboratórios acreditados ao estabelecer as respetivas CMC.

9 Anexo B: Glossário de alguns termos relevantes

B1 **Média Aritmética** ([ref. 1] § C.2.19)

Média; Soma dos valores dividida pelo número de valores.

B2 **Melhor Incerteza (CMC – *Calibration and Measurement Capability)***

A Melhor Incerteza é expressa em termos de:

1. Mensuranda ou material de referência;
2. Método / procedimento de medição / calibração e / ou tipo de instrumento / material a ser medido / calibrado;
3. Intervalo de medição e parâmetros adicionais quando aplicáveis, por exemplo, a frequência da tensão elétrica aplicada;
4. Incerteza de medição.

Para uma explicação completa, ver [ref. 5].

B3 **Coeficiente de Correlação** ([ref. 1] § C3.6).

O coeficiente de correlação é uma medida da dependência mútua relativa de duas variáveis, igual à razão das respetivas covariâncias e a raiz quadrada positiva do produto das variâncias. Para uma descrição mais detalhada ver [ref. 1].

B4 **Covariância** ([ref. 1] § C 3.4)

Medida da dependência mútua de duas variáveis aleatórias, igual ao valor esperado do produto dos desvios dessas duas **variáveis,** relativamente aos valores esperados respetivos. A definição completa pode ser encontrada em [ref. 1].

B5 **Fator de Expansão** ([ref. 3] termo 2.38)

Número maior do que um pelo qual uma incerteza-padrão combinada é multiplicada para se obter uma incerteza de medição expandida.

B6 **Probabilidade de Expansão** ([ref. 3] termo 2.37)

Probabilidade de que o conjunto de valores verdadeiros duma mensuranda esteja contido num intervalo expandido especificado. Nota: não é utilizado, neste Guia, o termo "valor verdadeiro" pelas razões dadas em D.3.5 de [ref. 1]; os termos "valor de uma mensuranda" (ou de uma grandeza) e "valor verdadeiro de uma mensuranda" (ou de uma grandeza) são considerados equivalentes, de acordo com o 3.1.1 de [ref. 1]. Ver também o capítulo 6 de [ref. 6].

B7 **Desvio-Padrão Experimental** ([ref. 1] § 4.2.2)

Raiz quadrada positiva da variância experimental.

B8 **Incerteza (de Medição) Expandida** ([ref. 3] termo 2.35)

Produto duma incerteza-padrão combinada por um fator maior do que o número um.

B9 **Variância Experimental** ([ref. 1] § 4.2.2)

Parâmetro que caracteriza a dispersão dos resultados de uma série de n observações da mesma mensuranda obtida pela equação (3.2) do texto.

B10 **Estimativa de Entrada** ([ref. 1] § 4.1.4 e C.2.26)

Estimativa de uma grandeza de entrada utilizada na avaliação do resultado de uma medição.

B11 **Grandeza de Entrada** ([ref. 1] § 4.1.2)

Grandeza de que depende a mensuranda, considerada no processo de avaliação do resultado de uma medição.

B12 **Mensuranda** ([ref. 3] termo 2.3)

Grandeza que se pretende medir.

B13 **Incerteza de Medição** ([ref. 3] termo 2.26)

Parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a uma mensuranda, com base nas informações utilizadas.

B14 **Estimativa de Saída** ([ref. 1] § 4.1.4 e C.2.26)

Resultado de uma medição calculado a partir das estimativas de entrada através da função modelo.

B15 **Grandeza de Saída** ([ref. 1] § 4.1.2)

Grandeza que representa a mensuranda na avaliação de um resultado de medição.

B16 **Estimativa Agrupada da Variância (ou Estimativa Combinada da Variância)** ([ref. 1] §4.1.4)

Estimativa da variância experimental obtida a partir de séries constituídas por um número elevado de observações da mesma mensuranda em medições bem caracterizadas e controladas estatisticamente.

B17 **Distribuição de Probabilidade** ([ref. 1] § C.2.3)

Função através da qual se obtém a probabilidade de uma variável aleatória assumir um valor ou pertencer a um dado conjunto de valores.

B18 **Variável Aleatória** ([ref. 1] § C.2.2)

Variável que pode tomar qualquer dos valores de um dado conjunto de valores e à qual está associada uma distribuição de probabilidade.

B19 **Incerteza-Padrão Relativa** ([ref. 3] termo 2.32)

Incerteza-padrão de medição dividida pelo valor absoluto do valor medido.

B20 **Coeficiente de sensibilidade associado a uma estimativa de entrada** ([ref. 1] §5.1.3) Variação diferencial da estimativa de saída, gerada por uma variação diferencial da estimativa de entrada, dividida pela variação da estimativa **de entrada.**

B21 **Desvio-Padrão** ([ref. 1] § C 2.12)

Raiz quadrada positiva da variância.

B22 **Incerteza-Padrão de Medição** ([ref. 3] termo 2.30)

Incerteza de medição expressa na forma dum desvio-padrão.

B23 **Avaliação de Tipo A da Incerteza de Medição** ([ref. 3] termo 2.28)

Avaliação duma componente da incerteza de medição por uma análise estatística dos valores medidos, obtidos sob condições definidas de medição.

B24 **Avaliação de Tipo B da Incerteza de Medição** ([ref. 3] termo 2.29)

Avaliação duma componente da incerteza de medição determinada por meios diferentes daquele adotado para uma avaliação de tipo A da incerteza de medição.

B25 **Balanço de Incerteza** ([ref. 3] termo 2.33)

Formulação e apresentação duma incerteza de medição e de suas componentes, assim como de seu cálculo e combinação.

B26 **Variância** ([ref. 1] § C 2.11)

Valor esperado do quadrado de uma variável aleatória centrada.

10 Anexo C: Fontes de incerteza de medição

C1 A incerteza de medição de um resultado da medição reflete uma falta de conhecimento completo do valor da mensuranda. O conhecimento completo exige uma infinita quantidade de informação. Os fenómenos que contribuem para a incerteza e, portanto, para o facto de que o resultado da medição não pode ser caracterizado por um único valor, são chamados fontes de incerteza. Na prática, existem muitas fontes de incerteza de medição possíveis [ref. 1], incluindo:

(a) Definição incompleta da mensuranda;

(b) Realização imperfeita da definição da mensuranda;

(c) Amostragem não representativa - a amostra medida pode não representar a mensuranda definida;

(d) Conhecimento inadequado da influência das condições ambientais ou medição deficiente da mesma;

(e) Erros de leitura dos instrumentos analógicos;

(f) Resolução finita dos instrumentos ou limiar de mobilidade;

(g) Valores inexatos dos padrões e dos materiais de referência;

(h) Valores inexatos de constantes e outros parâmetros obtidos a partir de fontes externas e utilizados no algoritmo;

(i) Aproximações e hipóteses consideradas no método e no procedimento de medição;

(j) Variações nas observações repetidas da mensuranda, aparentemente, sob as mesmas condições.

C2 Estas fontes não são necessariamente independentes. Algumas das fontes de a) a i) podem contribuir para j).

11 Anexo D: Grandezas de entrada correlacionadas

D1 Se duas grandezas de entrada X_i e X_k estão correlacionadas, i.e., são dependentes entre si, a **covariância** associada às estimativas x_i e x_k

$$u(x_i,x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i,x_k) \qquad (i \neq k) \tag{D.1}$$

deve ser considerada como uma contribuição adicional para a incerteza. O grau de correlação é caracterizado pelo **coeficiente de correlação** $r(x_i,x_k)$ (onde $i \neq k$ e $|r| \leq 1$).

D2 No caso de n pares independentes de valores de duas grandezas P e Q, simultaneamente obtidos em medições repetidas, a covariância associada com as médias aritméticas $\overline{p}$ e $\overline{q}$ é dada por

$$s(\overline{p},\overline{q}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(p_j - \overline{p})(q_j - \overline{q}) \tag{D.2}$$

e por substituição r pode ser calculado pela equação (D.1).

D3 Para grandezas de influência, qualquer grau de correlação tem de ser baseado na experiência. Quando há correlação, a equação (4.1) tem de ser substituída por

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i, x_k) \tag{D.3}$$

em que c_i e c_k são os coeficientes de sensibilidade definidos pela equação (4.3), ou

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \tag{D.4}$$

com as contribuições $u_i(y)$ para a incerteza-padrão da estimativa de saída y resultante da incerteza-padrão da estimativa de entrada x_i dada pela equação (4.2). Deve notar-se que o segundo somatório dos termos na equação (D.3) ou (D.4) pode tomar o sinal negativo.

D4 Na prática, as grandezas de entrada estão frequentemente correlacionadas porque, na avaliação dos respetivos valores, é utilizado o mesmo padrão de referência, instrumento de medição, dado de referência ou também o mesmo método de medição, possuindo uma incerteza significativa. Sem perda de generalidade, suponha que duas grandezas de entrada X_1 e X_2, estimadas por x_1 e x_2 dependem de um conjunto de variáveis independentes Q_l (l = 1, 2, ... , L)

$$X_1 = g_1 (Q_1, Q_2, \ldots , Q_L)$$

$$X_2 = g_2 (Q_1, Q_2, \ldots , Q_L) \tag{D.5}$$

embora algumas destas variáveis possam não aparecer necessariamente em ambas as funções. As estimativas x_1 e x_2 das grandezas de entrada serão, de alguma forma, correlacionadas mesmo que as estimativas q_l (l = 1, 2, ... , L) sejam não correlacionadas. A covariância $u(x_1,x_2)$ associada às estimativas x_1 e x_2 é dada por

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \tag{D.6}$$

em que c_{1l} e c_{2l} são os coeficientes de sensibilidade derivados das funções g_1 e g_2, por analogia com a equação (4.3). Dado que só contribuem para o somatório aqueles termos cujos coeficientes de sensibilidade não sejam desprezáveis, a covariância é zero se não existir nenhuma variável comum às funções g_1 e g_2. O coeficiente de correlação estimado $r(x_1,x_2)$ associado às estimativas x_1 e x_2 é determinado pela equação (D.6) conjugada com a equação (D.1).

D5 O exemplo seguinte demonstra as correlações existentes entre valores atribuídos a dois padrões que são calibrados com o mesmo padrão de referência.

Problema de Medição

Dois padrões X_1 e X_2 são comparados com o padrão de referência Q_R, por meio de um sistema de medição capaz de determinar as diferenças z com uma incerteza-padrão associada $u(z)$. O valor q_R do padrão de referência é conhecido com uma incerteza-padrão $u(q_R)$.

Modelo matemático

As estimativas x_1 e x_2 dependem do valor q_R do padrão de referência e das diferenças observadas z_1 e z_2, de acordo com as equações

$$x_1 = q_R - z_1$$

$$x_2 = q_R - z_2 \qquad \text{(D.7)}$$

Incertezas-padrão e covariâncias

É suposto que as estimativas z_1, z_2 e q_R sejam não-correlacionadas porque foram determinadas em medições diferentes. As incertezas-padrão são calculadas pela equação (4.6) e a covariância associada às estimativas x_1 *e* x_2 é calculada pela equação (D.6); assumindo que $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$, obtém-se:

$$u^2(x_1) = u^2(q_R)+u^2(z)$$

$$u^2(x_2) = u^2(q_R)+u^2(z)$$

$$u^2(x_1,x_2) = u^2(q_R) \qquad \text{(D.8)}$$

O coeficiente de correlação deduzido destes resultados é

$$r(x_1,x_2) = \frac{u^2(q_r)}{u^2(q_r)+u^2(z)} \qquad \text{(D.9)}$$

que varia de 0 a +1, em função da razão entre as incertezas-padrão $u(q_R)$ e $u(z)$.

D6 O caso descrito pela equação (D.5) é uma situação onde a inclusão da correlação na avaliação da incerteza-padrão da mensuranda pode ser evitado através da escolha apropriada da função modelo. Introduzindo diretamente as variáveis independentes Q_l, substituindo as variáveis originais X_1 e X_2 na função modelo f de acordo com as equações de transformação (D.5), origina uma nova função modelo, que não contém as variáveis correlacionadas X_1 e X_2.

D7 Contudo, existem casos, onde a correlação entre duas grandezas de entrada X_1 e X_2 não pode ser evitada, por exemplo, por utilizar o mesmo instrumento de medição ou o mesmo padrão de referência na determinação das estimativas de entrada x_1 e x_2 e onde não é possível recorrer a equações de transformação para novas variáveis independentes.

Além disso, se o grau de correlação não for exatamente conhecido, pode ser útil avaliar a máxima influência que esta correlação pode ter, através de um limite superior da incerteza-padrão da mensuranda, o que, no caso de outras correlações não terem sido consideradas, toma a forma de

$$u^2(y) \le \left(\left|u_1(y)\right| + \left|u_2(y)\right|\right)^2 + u_r^2(y) \qquad \text{(D.10)}$$

sendo $u_r(y)$ a contribuição para a incerteza-padrão de todas as restantes grandezas de entrada, assumidas como não correlacionadas.

Nota: A inequação (D.10) é facilmente generalizada para os casos de um ou vários grupos com duas ou mais grandezas de entrada correlacionadas. Neste caso, a soma respetiva para o caso mais desfavorável tem de ser introduzida na inequação (D.10) para cada grupo de grandezas correlacionadas.

12 Anexo E: Fatores de expansão provenientes de graus de liberdade efetivos

E1 A estimativa do fator de expansão k, correspondendo a uma determinada probabilidade de expansão requer que seja tida em conta a fiabilidade da incerteza-padrão $u(y)$ da estimativa da grandeza de saída y. Isto significa tomar em devida conta a forma como $u(y)$ estima o desvio-padrão associado ao resultado da medição. Na estimativa do desvio-padrão de uma distribuição normal, o número de graus de liberdade efetivos dessa estimativa, que depende da dimensão da amostra utilizada, é uma medida da fiabilidade. Do mesmo modo, uma medida adequada de fiabilidade da incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída é o número de graus de liberdade efetivos ν_{ef}, que é aproximadamente representado pela apropriada combinação dos números de graus de liberdade efetivos das suas diferentes contribuições para a incerteza $u_i(y)$.

E2 O procedimento para o cálculo do adequado fator de expansão k, quando se verificam as condições do Teorema do Limite Central, compreende os seguintes passos:

(a) Obter a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída, de acordo com o procedimento sequencial dado na secção 6.

(b) Determinar o número de graus de liberdade efetivos ν_{ef} da incerteza-padrão $u(y)$ associado à estimativa da grandeza de saída y, através da equação de Welch-Satterthwaite

$$\nu_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \tag{E.1}$$

em que $u_i(y)$ (i = 1, 2, ..., N), definidos pela equação (4.2), são as contribuições para a incerteza-padrão associadas à estimativa da grandeza de saída y, resultantes das incertezas-padrão associadas às estimativas das grandezas de entrada x_i, assumidas serem estatística e mutuamente independentes, e ν_i é o número de graus de liberdade efetivos da componente da incerteza-padrão $u_i(y)$.

Para uma dada incerteza-padrão $u(\overline{q})$ obtida por uma avaliação de Tipo A como referido na secção 3.2, o número de graus de liberdade efetivos é dado por $\nu_i = n$-1. É mais problemático associar graus de liberdade com uma incerteza-padrão $u(x_i)$ obtida por uma avaliação de Tipo B. Contudo, é prática corrente efetuar tais avaliações de forma a garantir que não foi cometida qualquer subestimação. Se, por exemplo, são definidos limites inferior e superior, a_- e a_+, estes são habitualmente escolhidos, para que a probabilidade da grandeza em questão estar fora destes limites seja de facto extremamente pequena. Nesta hipótese, o número de graus de liberdade da incerteza-padrão $u(x_i)$ obtida por uma avaliação de Tipo B pode ser considerado como $\nu_i \to \infty$.

(c) Obter o fator de expansão k considerando os valores da Tabela E.1. Esta tabela está baseada numa distribuição t de Student avaliada para uma probabilidade de expansão de 95,45 %. Se ν_{ef} calculado não for inteiro, o que é normalmente o caso, truncar ν_{ef} para o inteiro imediatamente inferior.

Tabela E.1: Fatores de expansão k para diferentes números de graus de liberdade efetivos ν_{ef}

ν_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,32	2,28

ν_{eff}	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	2,25	2,23	2,21	2,20	2,18	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13

ν_{eff}	25	30	35	40	45	50	∞
k	2,11	2,09	2,07	2,06	2,06	2,05	2,00

***Nota IPAC**:* Ao considerar-se a componente de incerteza associada à utilização de padrões ou de instrumentos de medição calibrados por uma entidade externa ao laboratório, e sempre que o respetivo certificado de calibração não indique o número de graus de liberdade efetivos da calibração, mas somente para o fator de expansão k = 2, deverá assumir-se um número de graus de liberdade efetivos igual a 50.